2024年(令和６年)度　東京都立高校入試

数学(共通)

解答と解説

作成者：批判屋管理人 ALADDIN
http://hihannyaaladdin.g3.xrea.com

1 計算(正負の数・文字式・展開・方程式・箱ひげ図・円・作図)

〔問1〕 $-6^2 \times \frac{1}{9} - 4 = -36 \times \frac{1}{9} - 4 = -4 - 4 = \underline{\underline{-8}}$

〔問2〕 $2a + b - \frac{5a+b}{3} = \frac{3(2a+b)}{3} - \frac{5a+b}{3} = \frac{(6a+3b)-(5a+b)}{3} = \underline{\underline{\frac{a+2b}{3}}}$

〔問3〕 $(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+6) = (\sqrt{7})^2 + (-1+6)\sqrt{7} + (-1) \times 6$

$= 7 + 5\sqrt{7} - 6 = \underline{\underline{1 + 5\sqrt{7}}}$

〔問4〕 $2x - 8 = -x + 4 \rightarrow 2x + x = 4 + 8 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow \underline{\underline{x = 4}}$

〔問5〕 $\begin{cases} 5x + 7y = 9 & \cdots\cdots ① \\ 3x + 4y = 6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ $\Rightarrow (\times 3) \Rightarrow$ / $\Rightarrow (\times 5) \Rightarrow$ $\begin{cases} 15x + 21y = 27 & \cdots\cdots ③ \\ 15x + 20y = 30 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

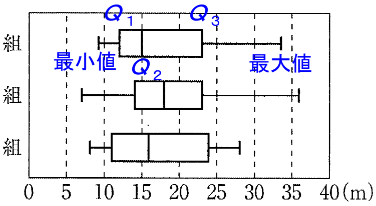
③－④を計算すると　$y = -3$　これを②に代入すると

$3x + 4 \times (-3) = 6 \Rightarrow x = 6$　したがって、$\underline{\underline{x = 6、y = -3}}$

〔問6〕 $(x-8)^2 = 1 \Rightarrow x - 8 = \pm 1 \Rightarrow x = 8 \pm 1 \Rightarrow \underline{\underline{x = 9、7}}$

〔問7〕 箱ひげ図は、最小値、最大値、全体の中央値(Q_2)、下位の中央値(Q_1)、上位の中央値(Q_3)の5つの数値によって構成されています。37人の値を小さい順(①～㊲)に並べたとき、最小値は①、最大値は㊲、Q_2＝⑲、Q_1＝⑨と⑩の平均値、Q_3＝㉘と㉙の平均値です。

図1

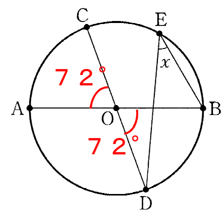


アは、C組の最大値が30m未満ですから誤りです。**イ**は、最も遠くまで投げた生徒がいるのはB組ですから誤りです。**ウ**は、A組⑲(＝Q_2)の生徒が15mですから誤りです。**エ**は、Q_1とQ_3の差が最も小さいのはB組ですから正しいです。正解は<u>エ</u>です。

〔問8〕 問題文より、∠AOC(弧ACの中心角)は180度$\times \frac{2}{5}$＝72度、対頂角の関係より∠BOD(弧BDの中心角)＝72度、したがって、∠BED(弧BDの円周角)は72度$\times \frac{1}{2}$＝36度です。

正解は、<u>あ＝3、い＝6</u>です。

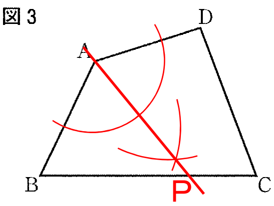
図2



〔問9〕 辺からの距離が等しい直線は角の二等分線です。

点Pは∠BADの二等分線と辺BCの交点です。

図3



2　平行と合同

〔問１〕　問題文より、ＡＢ//ＥＤ、ＡＢ＝ＥＤです。これは、１組の向かい合う辺(対辺)が平行でその長さが等しくなることを意味しますから、四角形ＡＥＤＢは平行四辺形です。また、ＣＢ＝ＢＤ、∠ＣＢＡ＝∠ＢＤＥ(平行線の同位角)ですから２組の辺とその間の角がそれぞれ等しくなり、△ＣＢＡ≡△ＢＤＥであることがわかります。このことから四角形(平行四辺形)ＡＥＤＢ＝２△ＡＢＣがわかります。したがって、四角形ＡＥＤＣの面積は△ＡＢＣの面積の３倍です。正解は、う＝３です。

〔問２〕　ＡＢ＝$a$cm、ＡＣ＝$b$cmですから、平行四辺形ＣＢＧＦの底辺はaxcmに、平行四辺形ＣＢＪＫの底辺はbxcmになることに注目します。

四角形ＡＧＨＣは、上底がａｘcm、下底が(ａｘ＋ａ)cm、高さがｂcmの台形ですから

その面積は、$\{ax+(ax+a)\}\times b\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}b(2ax+a)=\frac{1}{2}ab(2x+1)$ … ①

四角形ＡＢＪＫは、上底が(ｂｘ＋ｂ)cm、下底がｂｘcm、高さがａcmの台形ですから

その面積は、$\{(bx+b)+bx\}\times a\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}a(2bx+b)=\frac{1}{2}ab(2x+1)$ … ②

①②より、四角形ＡＧＨＣと四角形ＡＢＪＫの面積は等しくなります。　■

(作成者注：記述で重要な箇所を赤い字で示しています)

3　２次関数とグラフ

(問題を解く前に)　点Ａのy座標は、$\frac{1}{4}\times(-6)^2=9$、点Ａの座標は(－６，９)です。

〔問１〕　aのとる値の範囲が$-3\leqq a\leqq 1$で０を含みますから、bのとる値の最小値は０です。また、bのとる値の最大値は$a=-3$のときで、その値は$\frac{1}{4}\times(-3)^2=\frac{9}{4}$です。

正解は、①＝エ、②＝クです。

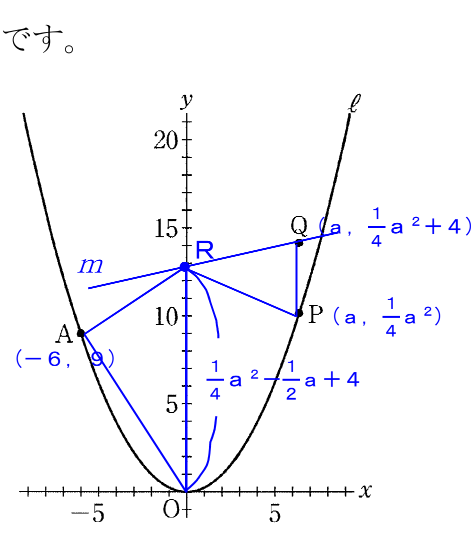
〔問２〕　点Ａのx座標が２のとき、点Ｐのy座標は、$\frac{1}{4}\times 2^2=1$、点Ｐの座標は(２，１)です。これにより、点Ｑの座標は(２，５)であることがわかります。Ａ(－６，９)、Ｑを通る直線の式は、$y=-\frac{1}{2}x+6$です。正解は、③＝ウ、④＝アです。

〔問３〕　点Ｐのx座標をa(＞３)とすると、点Ｐのy座標は$\frac{1}{4}a^2$と表せますから、点Ｑの座標は$(a,\ \frac{1}{4}a^2+4)$となります。

点Ｑを通り傾き$\frac{1}{2}$の直線をmとすると、mは$y=\frac{1}{2}x+t$と表すことができます。mに点Ｑの座標を代入すると、

$\frac{1}{4}a^2+4=\frac{1}{2}a+t$ より、$t=\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{2}a+4$となります。

tの値は直線mの切片で、これが点Ｒのy座標です。



ここで、△ＡＯＲの面積は $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{2}a+4\right)\times 6=3\left(\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{2}a+4\right)$

また、△ＰＱＲの面積は $\frac{1}{2}\times 4\times a=2a$です。△ＡＯＲ＝３△ＰＱＲのとき、

$3\left(\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{2}a+4\right)=3\times 2a$ が成り立ちます。整理すると、$a^2-10a+16=0$となり、これを解くと $a=2$、８となります。$a>3$より、**$a=8$**です。

４ 図形と角度、図形と相似

〔問１〕 仮定より△ＡＢＭは∠ＡＢＭ＝９０度の直角二等辺三角形、ＡＭ//ＱＰと同位角の関係より∠ＱＰＭ＝∠ＡＭＢ＝４５度です。また、平行線の錯角より∠ＰＱＤ＝∠ＱＰＭ＝４５度となります。よって∠ＡＱＰ＝１８０度－４５度＝１３５度となりますから、∠ＭＱＰ＝１３５度－∠ＡＭＢ＝４５度∠ＡＱＭ（＝a°）となります。正解は**イ**です。

〔問２〕 三角形の相似条件は「２組の角がそれぞれ等しい」と思えばまず間違いありません。

① **△ＢＭＲと△ＤＱＴにおいて**
平行線の錯角より ∠ＭＢＲ＝∠ＱＤＴ …… ①
ＡＭ//ＱＰと同位角の関係より ∠ＢＭＡ＝∠ＭＰＱ …… ②
平行線の錯角より ∠ＤＱＰ＝∠ＭＰＱ …… ③
②③から、∠ＢＭＲ＝∠ＤＱＴ…… ④
①④より、２組の角がそれぞれ等しいので、△ＢＭＲ∽△ＤＱＴ ■

（作成者注：記述で重要な箇所を**赤い字**で示しています）

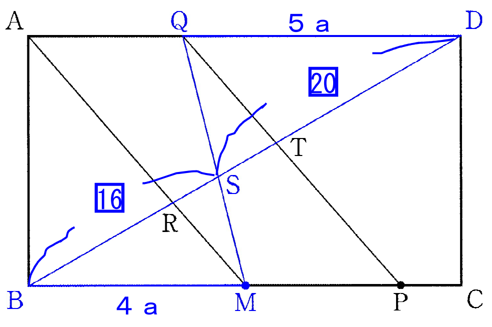
② ＰＣの長さをaとおくと、ＭＰ＝３a、ＢＭ＝ＭＣ＝４a、ＢＣ＝８aとなります。また、四角形ＡＭＰＱは平行四辺形ですからＡＱ＝ＭＰ＝３a、ＱＤ＝５aとなります。

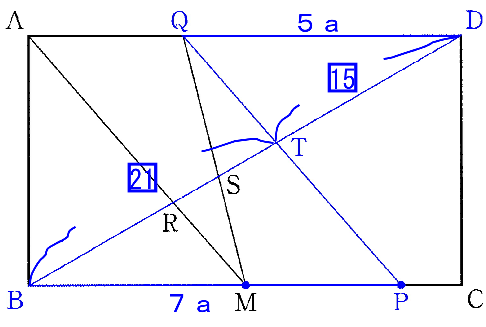
ここで、平行線の錯角より△ＢＭＳ∽△ＤＱＳ、△ＢＰＴ∽△ＤＱＴが成り立ちます。

ＢＳ：ＤＳ＝ＢＭ：ＤＱ＝４：５、ＢＴ：ＤＴ＝ＢＰ：ＤＱ＝７：５です。

ＢＳ＋ＤＳ＝ＢＤ＝９、ＢＴ＋ＤＴ＝ＢＤ＝１２で、９と１２の最小公倍数３６にそろえると、ＢＤ＝３６、ＢＳ＝１６、ＤＳ＝２０、ＢＴ＝２１、ＤＴ＝１５となります。

よって、ＳＴ＝ＤＳ－ＤＴ（またはＢＴ－ＢＳ）＝５となり、ＳＴ：ＢＤ＝５：３６です。





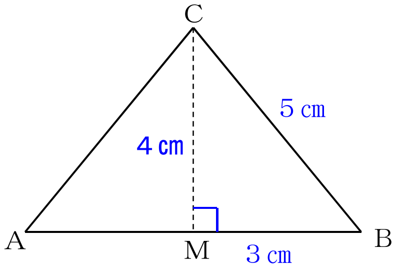
正解は、**え＝５、お＝３、か＝６**です。

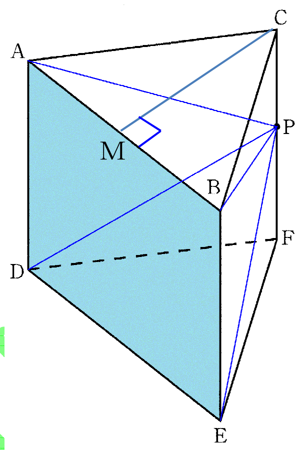
5 空間図形

〔問１〕　∠ＢＭＰ＝∠ＢＭＣ＝９０度です。正解は、き＝９、く＝０です。

〔問２〕　立体Ｐ－ＡＤＥＢは、底面が正方形ＡＤＥＢの正四角錐で、その高さは下図の辺ＣＭの長さになります。△ＣＡＢはＣＡ＝ＣＢの二等辺三角形で、Ｍは辺ＡＢの中点ですから、線分ＣＭは辺ＡＢの垂線になります。したがって、△ＣＭＢは∠ＣＭＢ＝９０度の直角三角形です。三平方の定理より、ＣＭ＝$\sqrt{5^2-3^2}$＝４(㎝)であることがわかります。

よって、立体Ｐ－ＡＤＥＢの体積は$\frac{1}{3}$×６^2×４＝４８(㎤)です。





正解は、け＝４、こ＝８です。

＊＊

2024 年度の都立高校数学(共通)は、ここ十年余りの傾向からあまりはずれず、比較的解きやすい問題が多かったと思います。今年度の問題で特筆すべきこととして、1〔問７〕で箱ひげ図が出題されたことが挙げられることでしょう。これは、確率と相対度数が交互に出る例年の傾向を破った問題です。実は、作成者が箱ひげ図の存在を知ったのは７～８年前のことで、作成者の知らない数学の世界がまだたくさんあることを痛感させられた出来事でもありました。

この解説は絶対ではなく、批判屋管理人 ALADDIN が一番分かりやすいと思った方法です。この解答と解説について何かお気づきの点がございましたら、批判屋までご連絡ください。

尚、この解説は批判屋管理人 ALADDIN のオリジナルであり、他の著作権を侵害するものではないことをここに明記しておきます。

2024 年３月９日　批判屋管理人　ALADDIN(アラジン)