

平成 24 年度 東京都立高校入試(共通)

数学

解答と解説

※ この解答・解説の商用を禁止します。

批判屋管理人 ALADDIN

http://www.geocities.jp/hihannya_aladdin

1 計算問題(正負の数・文字式・平方根・方程式)、二次関数、確率、作図

〔問1〕 $6 + 4 \times (-\frac{1}{2}) = 6 - 2 = \underline{\underline{4}}$

〔問2〕 $8a + b - (a - 7b) = 8a + b - a + 7b = \underline{\underline{7a + 8b}}$

〔問3〕 $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = \underline{\underline{2}}$

〔問4〕 $9x + 2 = 8(x + 1) \Rightarrow 9x + 2 = 8x + 8 \Rightarrow 9x - 8x = 8 - 2 \Rightarrow x = \underline{\underline{6}}$

〔問5〕 $\begin{cases} 3x + y = 4 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 6x + 5y = -7 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \Rightarrow (\times 2) \begin{cases} 6x + 2y = 8 \cdots \cdots \textcircled{3} \\ 6x + 5y = -7 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

③-②をすると、 $-3y = 15 \Rightarrow y = -5$ これを①に代入すると

$3x + (-5) = 4 \Rightarrow x = 3$ したがって、 $\underline{\underline{x = 3, y = -5}}$

〔問6〕 $x^2 - 8x - 9 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 9) = 0 \Rightarrow x = \underline{\underline{-1, 9}}$

〔問7〕 x の増加量は6、 y の増加量は $\frac{1}{3} \times 9^2 - \frac{1}{3} \times 3^2 = 24$ だから、変化の割合は $\frac{24}{6} = \underline{\underline{4}}$

〔問8〕 1個ずつ玉を取り出して並べても同じことに注意する。
全ての玉の取り出し方は $6 \times 5 = 30$ 通り、そのうち赤玉と白玉が1個ずつ取り出されるのは、赤→白または白→赤のときである。

① 赤→白の場合は、 $2(\text{赤}) \times 4(\text{白}) = 8$ 通り

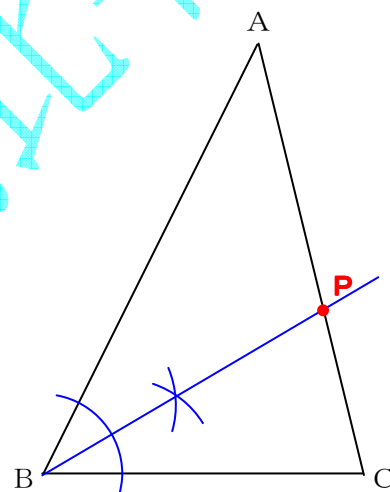
② 白→赤の場合は、 $4(\text{白}) \times 2(\text{赤}) = 8$ 通り

\Rightarrow ①+②=16通りある。

したがって、赤玉と白玉が1個ずつである確率は

$$\frac{16}{30} = \underline{\underline{\frac{8}{15}}}$$

〔問9〕 $\angle B$ の二等分線を作図し、辺ACとの交点をPとおけばよい。(右図参照)



2 文字と式

〔問1〕 [Sさんが作った問題]の題意より、Pは9の倍数だから、その個数は、18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99の10個である。

〔問2〕 (証明)

Pを、 a と b を用いて表すと $P = 10a + b$ 、 m と n を用いて表すと $P = 9m + n$ 、

これらより、 $10a + b = 9m + n$

よって、 $b = 9m + n - 10a \cdots \cdots \textcircled{1}$

また、Qを a と b を用いて表すと、

$Q = a + b \cdots \cdots \textcircled{2}$

①を②に代入すると、 $Q = a + (9m + n - 10a) = 9m - 9a + n$
 $= 9(m - a) + n$

$m - a$ は整数だから $9(m - a)$ は9の倍数になる。よって、Qを9で割ったときの余りはnである。 ■

(作成者注：重要な箇所は太字で書いています)

3 一次関数

(問題を解く前に) 点Pの座標は $(x, 12 - x)$ 、直線 m の式は $y = ax - 4$ である。

[問1] Pの x 座標が2より、Pの座標は $(2, 10)$ である。これを直線 m の式に代入すると
 $10 = 2a - 4 \Rightarrow a = 7$

したがって、直線 m の式は $y = 7x - 4$

[問2] 線分APが x 軸により2等分されるのは点Aの y 座標が4のときである。

このとき、点Pの座標は $(8, 4)$ である。したがって、 $BP : PC = 8 : 4 = \underline{2 : 1}$

[問3] 点Pの座標を $(t, 12 - t)$ とする。A $(0, -4)$ 、

C $(12, 0)$ より、直線ACの式は $y = \frac{1}{3}x - 4$ 、

これより点Q座標は $(t, \frac{1}{3}t - 4)$ となる。

$\triangle CPQ$ の底辺はPQでその長さは

$(12 - t) - (\frac{1}{3}t - 4) = -\frac{4}{3}t + 16$ となる。

また、辺PQと x 軸の交点をHとおくと $\triangle CPQ$ の高さはHCでその長さは $(12 - t)$ となる。

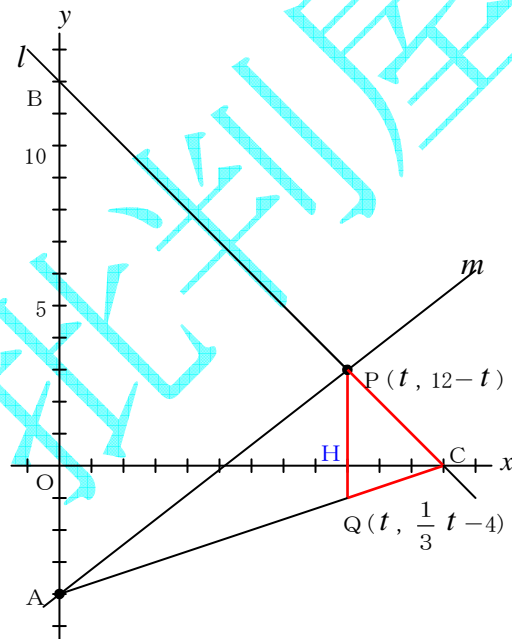
よって、 $\triangle CPQ$ の面積は

$$\frac{1}{2}(-\frac{4}{3}t + 16)(12 - t) = 6$$

$$\Rightarrow (-\frac{4}{3}t + 16)(12 - t) = 12$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}t^2 - 32t + 192 = 12 \Rightarrow t^2 - 24t + 135 = 0 \Rightarrow t = 9, 15$$

$0 < t < 12$ より、 $t = 9$ したがって、点Pの座標は $\underline{(9, 3)}$



4 円

(問題を解く前に) 円周角の定理より $\angle ACB = 90^\circ$ 、
 $\angle CAB = \angle CBA = 45^\circ$ である。

[問1] 外角の定理より、 $45^\circ + \angle ACP = a^\circ$

したがって、 $\angle ACP = \underline{a - 45} (^\circ)$

[問2]

① $\triangle APC$ と $\triangle QPB$ において

対頂角は等しいから、 $\angle APC = \angle QPB$

AQに対する円周角は等しいから $\angle ACP = \angle QBP$

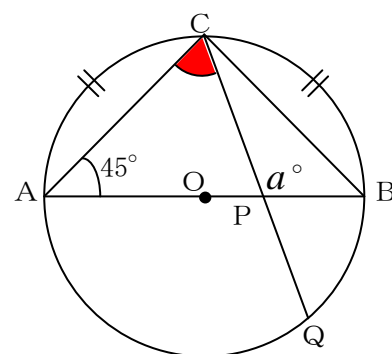
(1)(2)より、2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle APC \sim \triangle QPB$

② AO = 10 cm、AP = 15 cmより、

OC = 10 cm、OP = 5 cm、PB = 5 cmである。

また、 $\angle COP = 90^\circ$ であることがわかる。



これらより、 $\triangle CPB = 5\text{ cm} \times 10\text{ cm} \div 2 = 25\text{ cm}^2$ である。

ここで、三平方の定理より、 $PC = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}\text{ cm}$ 、

また、 $\triangle APC \sim \triangle QPB$ より

$$PC : PB = 5\sqrt{5} : 5 = \sqrt{5} : 1$$

よって、 $\triangle APC$ と $\triangle QPB$ の相似比は $\sqrt{5} : 1$

$\triangle APC$ と $\triangle QPB$ の面積比は $5 : 1$ となる。

$$\triangle APC = 15\text{ cm} \times 10\text{ cm} \div 2 = 75\text{ cm}^2\text{より}$$

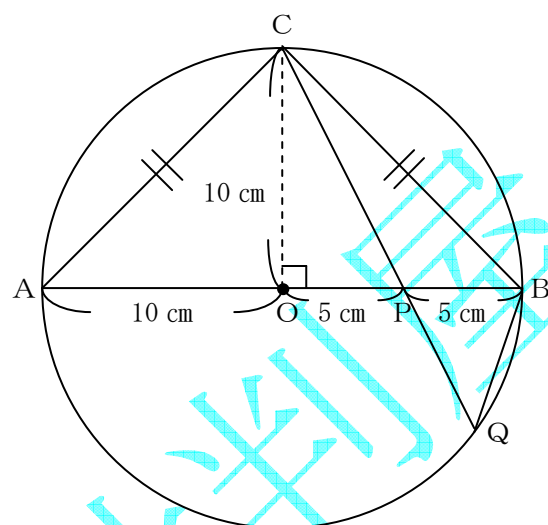
$$\triangle QPB = 75\text{ cm}^2 \div 5 = 15\text{ cm}^2\text{である。}$$

したがって、

$$\triangle CQB = \triangle CPB + \triangle QPB$$

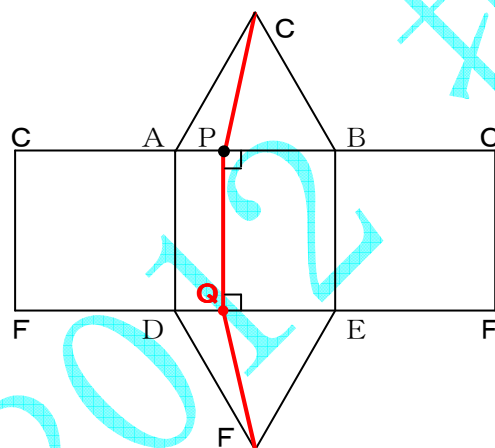
$$= 25\text{ cm}^2 + 15\text{ cm}^2$$

$$= \underline{\underline{40\text{ cm}^2}}\text{である。}$$

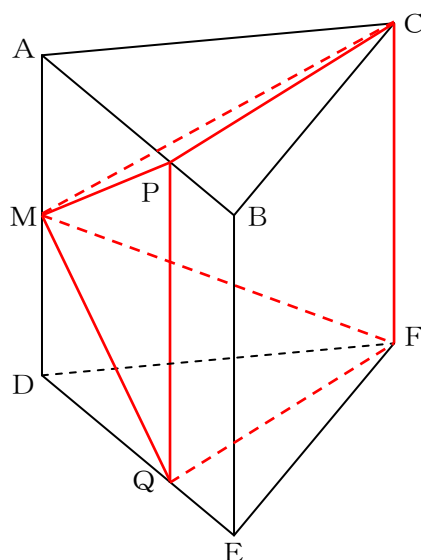


5 空間図形

〔問1〕 下の図の通り。展開図の全ての頂点を書き込むと考えやすい。



〔問2〕 (問題を解く前に) $AM = MD = 3\text{ cm}$ 、 $AP = 4\text{ cm}$ 、 $PB = 2\text{ cm}$ 、立体 $M-CPQF$ は底面 $CPQF$ が長方形の四角錐である。



頂点Cから辺ABに垂線を下ろし、その交点をHとする。 $\triangle CHB$ は $\angle CBH = 60^\circ$ の直角三角形で $CB = 6\text{ cm}$ だから、
三平方の定理より、 $CH = 3\sqrt{3}\text{ cm}$ 、

また、 $HP = 1\text{ cm}$ だから、

$CP = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2\sqrt{7}\text{ cm}$ である。

これより、長方形CPQFの面積(立体M-CPQFの底面積)は $2\sqrt{7}\text{ cm} \times 6\text{ cm} = 12\sqrt{7}\text{ cm}^2$ である。

また、立体M-CPQFの高さは、 $\triangle APC$ の頂点Aから辺PCまでの距離に等しい。

頂点Aから辺PCに垂線を下ろし、その交点をJと

する。 $\triangle AJP$ と $\triangle CHP$ はともに直角三角形で $\angle APJ = \angle CPH$ (共通の角)だから $\triangle AJP \sim \triangle CHP$ となる。

よって、 $AP : CP = AJ : CH$ が成り立つ。

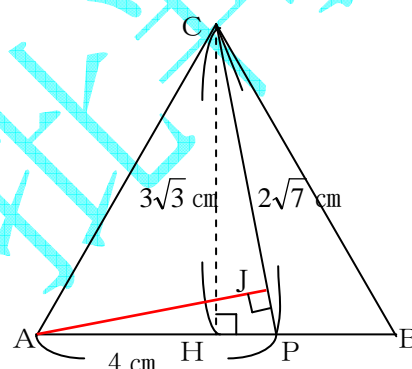
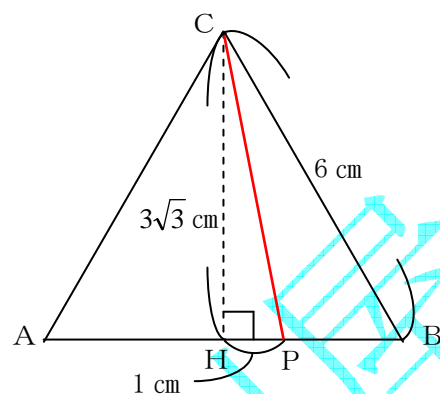
この式に各値を代入すると

$$4 : 2\sqrt{7} = AJ : 3\sqrt{3}$$

これより、 $AJ = \frac{6\sqrt{21}}{7}\text{ cm}$ となる。

したがって、立体M-CPQFの体積は

$$\frac{1}{3} \times 12\sqrt{7} \times \frac{6\sqrt{21}}{7} = \underline{\underline{24\sqrt{3}(\text{cm}^3)}} \text{ である。}$$



東京都立高等学校の共通問題は、昨年同様比較的考えやすい問題が多く、傾向も昨年とさほど変わっていませんでした。二次方程式も、解の公式を覚えていないと解くのが難しい千葉県に比べ、東京都では今年も因数分解で解ける問題が出題されました。ただ、自校作成の数学の問題は結構難しいようです。

この解説は絶対ではなく、批判屋管理人 ALADDIN が一番分かりやすいと思った方法です。この解答・解説について何かお気づきの点がございましたら、批判屋までご連絡ください。

なお、この解説は批判屋管理人 ALADDIN のオリジナルであり、他の著作権を侵害するものではないことを、ここに明記しておきます。

2012年3月3日 批判屋管理人 ALADDIN(アラジン)